

# 《高等数学》考试大纲

## 考试形式:

### 1、试卷满分及考试时间

试卷满分为 100 分，考试时间为 120 分钟。

### 2、答题方式

答题方式为闭卷、笔试。

## 考试内容:

### 一、函数、极限、连续

#### (一) 考试内容

函数的概念及表示法 函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性 复合函数、反函数、分段函数和隐函数 基本初等函数的性质及其图形 初等函数 函数关系的建立 数列极限与函数极限的定义及其性质(唯一性、有界性、保号性) 函数的左极限与右极限 无穷小量和无穷大量的概念及其关系 无穷小量的性质及无穷小量的比较 极限的四则运算 极限存在的两个准则(单调有界准则和夹逼准则) 两个重要极限:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

函数连续的概念 函数间断点与类型 初等函数的连续性 闭区间上连续函数的性质

#### (二) 考试要求

1. 理解函数的概念，掌握函数的表示法，并会建立应用问题的函数关系。
2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性。
3. 理解复合函数及分段函数的概念。
4. 掌握基本初等函数的性质及其图形，了解初等函数的概念。
5. 理解极限的定性定义，掌握函数极限存在的充要条件。
6. 了解极限的性质，掌握极限的有理运算法则。
7. 了解极限存在的两个准则，并会利用它们求极限，会利用两个重要极限求极限。
8. 了解无穷小、无穷大、高阶无穷小和等价无穷小的概念，会用等价无穷小求极限。
9. 理解函数连续的概念(含左连续、右连续)，了解函数间断点的概念，会判别间断点的类型。
10. 了解连续函数的性质和初等函数的连续性，了解闭区间上连续函数的性质(有界性、最大值和最小值定理、介值定理)。

## 二、一元函数微分学

### (一) 考试内容

导数和微分的概念 导数的几何意义和物理意义 函数的可导、连续、可微之间的关系 平面曲线的切线和法线 导数和微分的四则运算 基本初等函数的导数 复合函数、反函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的微分法 高阶导数 一阶微分形式的不变性 微分中值定理 洛必达 (L'Hospital) 法则 函数单调性的判别 函数的极值 函数图形的凹凸性、拐点及渐近线 函数图形的描绘 函数的最大值与最小值 弧微分 曲率的概念 曲率圆与曲率半径

### (二) 考试要求

1. 理解导数和微分的概念，会用导数定义求导数，理解导数与微分的关系，理解导数的几何意义，会求平面曲线的切线方程和法线方程，了解导数的物理意义，理解函数的可导性与连续性之间的关系。
2. 掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法则，掌握基本初等函数的导数公式，了解微分的四则运算法则和一阶微分形式的不变性，会求函数的微分。
3. 了解高阶导数的概念，掌握初等函数一阶、二阶导数的求法及简单函数的 $n$ 阶导数。
4. 会求隐函数和由参数方程所确定的函数以及反函数的导数（包含二阶导数）。
5. 理解罗尔 (Rolle) 定理、拉格朗日 (Lagrange) 中值定理和泰勒 (Taylor) 定理，了解柯西 (Cauchy) 中值定理。
6. 会用洛必达法则求未定式的极限。
7. 理解函数的极值概念，掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法，掌握函数的最大值和最小值的求法及其应用。
8. 会用导数判断函数图形的凹凸性，会求函数图形的拐点以及水平、铅直渐近线。
9. 了解曲率、曲率圆和曲率半径的概念，会计算曲率和曲率半径。

## 三、一元函数积分学

### (一) 考试内容

原函数和不定积分的概念 不定积分的基本性质 基本积分公式 定积分的概念和基本性质 定积分中值定理 积分上限的函数及其导数 牛顿-莱布尼茨 (Newton-Leibniz) 公式 不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法 有理函数积分 反常积分 定积分的应用

### (二) 考试要求

1. 理解原函数的概念，理解不定积分和定积分的概念。
2. 掌握不定积分的基本公式，掌握不定积分和定积分的性质，掌握换元积分法与分部积分法。
3. 了解有理函数积分的一般方法。
4. 理解积分上限的函数，会求它的导数，掌握牛顿-莱布尼茨公式。
5. 了解两类反常积分及其收敛性的概念，会计算两类反常积分。

6. 掌握科学技术问题中建立定积分表达式的元素法（微元法）。

7. 会建立某些简单几何量和物理量的积分表达式，会利用定积分计算平面图形的面积、平面曲线的弧长、旋转体的体积、平行截面面积为已知的立体体积。

#### 四、多元函数积分学

##### （一）考试内容

多元函数的概念 二元函数的几何意义 二元函数的极限与连续的概念 有界闭区域上二元连续函数的性质 多元函数的偏导数和全微分 多元复合函数及隐函数的求导法 二阶偏导数 多元函数的极值和最值 二重积分 三重积分 两类曲线积分及两类曲面积分 格林公式 高斯公式 斯托克斯公式

##### （二）考试要求

1. 了解多元函数的概念，了解二元函数的几何意义。
2. 了解二元函数的极限与连续的概念，了解有界闭区域上二元连续函数的性质。
3. 理解二元函数偏导数与全微分的概念，了解全微分存在的必要条件与充分条件，会计算全微分并会利用全微分近似计算。
4. 会求多元复合函数一阶、二阶偏导数（含抽象复合函数），会求多元隐函数（包含由多个方程构成的方程组确定的隐函数）的偏导数。
5. 了解曲线的切线和法平面以及曲面的切平面与法线，并会求它们的方程。
6. 了解多元函数极值和条件极值的概念，掌握多元函数极值存在的必要条件，了解二元函数极值存在的充分条件，会求二元函数的极值，会用拉格朗日乘数法求条件极值，会求解一些简单的多元函数最大值与最小值的应用问题。
7. 理解二重积分的概念及其性质。
8. 掌握二重积分的计算方法（直角坐标、极坐标）。
9. 了解三重积分的概念和性质，会计算三重积分（直角坐标、柱面坐标）。
10. 掌握重积分的几何应用和物理应用。
11. 理解两类曲线积分的概念，了解两类曲线积分的性质及两类曲线积分的关系，会计算两类曲线积分。
12. 掌握格林（Green）公式，会使用平面线积分与路径无关的条件。
13. 了解两类曲面积分的概念、相互联系及其计算方法。
14. 了解高斯（Gauss）公式、斯托克斯（Stokes）公式（斯托克斯公式的证明不作要求），会利用高斯公式、斯托克斯公式计算曲面积分、曲线积分。
15. 了解科学技术问题中建立曲线、曲面积分表达式的元素法（微元法），会建立某些简单的几何量和物理量的积分表达式。

#### 五、常微分方程

##### （一）考试内容

常微分方程的基本概念 变量可分离的微分方程 齐次微分方程 一阶线性微分方程 可

降阶的高阶微分方程 线性微分方程解的性质及解的结构定理 二阶常系数齐次线性微分方程 简单的二阶常系数非齐次线性微分方程 微分方程的简单应用

## (二) 考试要求

1. 了解微分方程及其阶、解、通解、初始条件和特解等概念。
2. 掌握变量可分离的微分方程及一阶线性微分方程的解法，会解齐次微分方程。
3. 会用降阶法解下列形式的微分方程： $y^{(n)} = f(x)$ ,  $y'' = f(x, y')$  和  $y'' = f(y, y')$ 。
4. 理解二阶线性微分方程解的性质及解的结构定理。
5. 掌握二阶常系数齐次线性微分方程的解法。
6. 会求自由项形如  $P_n(x)e^{\alpha x}$ ,  $e^{\alpha x}(A \cos \beta x + B \sin \beta x)$  的二阶常系数非齐次线性微分方程的特解，其中  $P_n(x)$  为实系数  $n$  次多项式， $\alpha, \beta, A, B$  为实数。
7. 会用微分方程解决一些简单的应用问题。

## 六、空间解析几何

### (一) 考试内容

向量的概念 向量的线性运算 向量的数量积和向量积 两向量垂直、平行的条件 两向量的夹角 向量的坐标表达式及其运算 单位向量 方向数与方向余弦 曲面方程和空间曲线方程的概念 平面方程 直线方程 平面与平面、平面与直线、直线与直线的夹角以及平行、垂直的条件 点到平面和点到直线的距离 球面 柱面 旋转曲面 常用的二次曲面方程

### (二) 考试要求

1. 理解空间直角坐标系，理解向量的概念及其表示。
2. 掌握向量的运算（线性运算、数量积、向量积），了解两个向量垂直、平行的条件。
3. 掌握单位向量、方向余弦、向量的坐标表达式以及用坐标表达式进行向量运算的方法。
4. 掌握平面的方程和直线的方程及其求法，会利用平面、直线的相互关系解决有关问题。
5. 理解曲面方程的概念，了解常用的二次曲面的方程及其图形，了解坐标轴为旋转轴的旋转曲面及母线平行坐标轴的柱面方程。
6. 理解空间曲线的参数方程和一般方程。

## 七、无穷级数

### (一) 考试内容

常数项级数的收敛与发散的概念 收敛级数的和的概念 级数的基本性质与收敛的必要条件 几何级数与  $p$  级数及其收敛性 正项级数收敛性的判别法 交错级数与莱布尼茨定理 任意项级数的绝对收敛与条件收敛 函数项级数的收敛域与和函数的概念 幂级数及其收敛半径、收敛区间和收敛域 幂级数的和函数 幂级数在其收敛区间内的基本性质 简单幂级数

的和函数的求法 初等函数的幂级数展开式 函数的傅里叶(Fourier)系数与傅里叶级数 狄利克雷(Dirichlet)定理 函数傅里叶级数及正弦或余弦级数

## (二) 考试要求

1. 理解无穷级数收敛、发散以及和的概念,了解无穷级数的基本性质及收敛的必要条件。
2. 了解正项级数的比较审敛法以及几何级数与 $P$ -级数的敛散性,掌握正项级数的比值审敛法。
3. 了解交错级数的莱布尼茨定理。了解绝对收敛与条件收敛的概念及二者的关系。
4. 了解函数项级数的收敛域与和函数的概念,掌握简单幂级数收敛区间、收敛域的求法,了解幂级数在其收敛区间内的一些基本性质,会求简单幂级数的和函数。
5. 会利用 $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$ 与 $(1+x)^\alpha$ 的麦克劳林(Maclaurin)展开式将一些简单的函数展开成幂级数。
6. 了解用三角函数逼近周期函数的思想,了解函数展开为傅里叶(Fourier)级数的狄利克雷(Dirichlet)条件,会将函数展开为傅里叶级数及正弦或余弦级数。